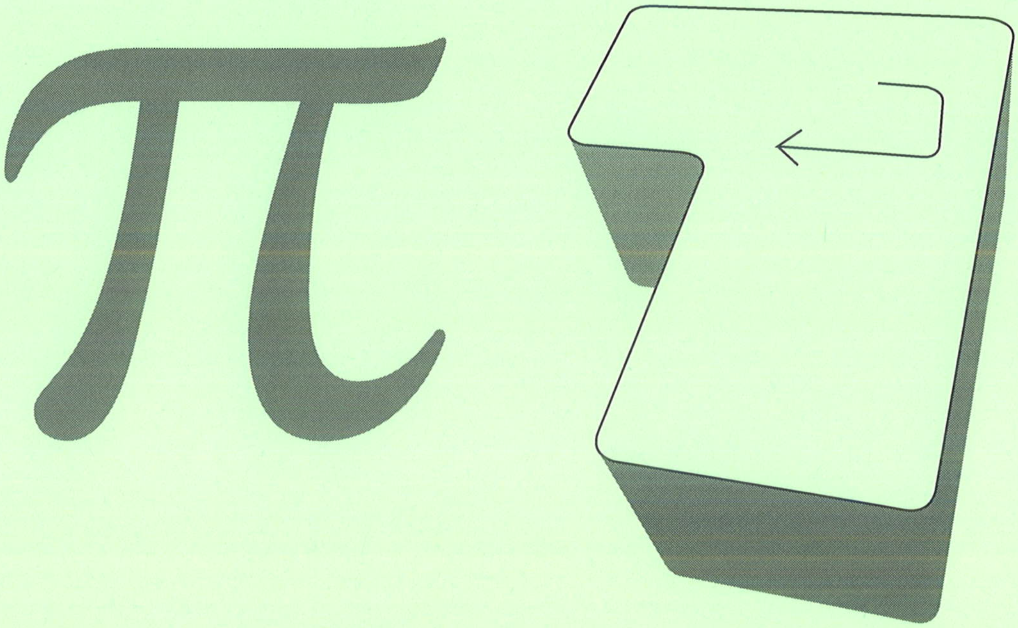
THEMA

De Pi-code

3,
141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944
592307816406286208998628034825342117067982148086513282306647
093844609550582231725359408128481117450284102701938521105559
644622948954930381964428810975665933446128475648233786783165
271201909145648566923460348610454326648213393607260249141273
724587006606315588174881520920962829254091715364367892590360
011330530548820466521384146951941511609433057270365759591953
092186117381932611793105118548074462379962749567351885752724
891227938183011949129833673362440656643086021394946395224737
190702179860943702770539217176293176752384674818467669405132
000568127145263560827785771342757789609173637178721468440901
224953430146549585371050792279689258923542019956112129021960
864034418159813629774771309960518707211349999998372978049951
059731732816096318595024459455346908302642522308253344685035
261931188171010003137838752886587533208381420617177669147303
598253490428755468731159562863882353787593751957781857780532
171226806613001927876611195909216420198938095257201065485863
278865936153381827968230301952035301852968995773622599413891
249721775283479131515574857242454150695950829533116861727855
889075098381754637464939319255060400927701671139009848824012
858361603563707660104710181942955596198946767837449448255379
774726847104047534646208046684259069491293313677028989152104
752162056966024058038150193511253382430035587640247496473263
914199272604269922796782354781636009341721641219924586315030
286182974555706749838505494588586926995690927210797509302955
321165344987202755960236480665499119881834797753566369807426
542527862551818417574672890977772793800081647060016145249192
173217214772350141441973568548161361157352552133475741849468

DE PI-CODE: 6e LEERJAAR + / GROEP 8 + 1e JAAR SECUNDAIR / VOORTGEZET ONDERWIJS



Zoek het pi-woord!
Hint: Hoe slim is de return? .... *pi + enter = pienter* ....

DE PI-CODE: 6e LEERJAAR + / GROEP 8 + 1e JAAR SECUNDAIR / VOORTGEZET ONDERWIJS

1. WIST JE DAT?

- pi een oneindig aantal decimalen, cijfers na de komma heeft en begint met 3,14…?

- pi en de computer elkaar nodig hebben?

- in 2002 het team van professor Yasumasa Kanada van de universiteit van Tokio met een Hitachi supercomputer het getal pi tot 1,24 biljoen (ruim miljoen x miljoen) decimalen heeft berekend tijdens 400 uur rekentijd?

- tegenwoordig het berekenen van π wordt gebruikt om de snelheid van computers te onderzoeken?

- je op de 'Pi-search Page' site (http://www.angio.net/pi/piquery) een aantal cijfers kunt intikken, bijvoorbeeld je geboortedatum, en die dan in verschillende posities kunt lokaliseren?

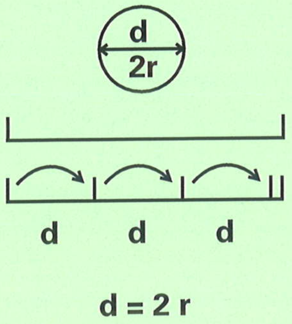
- het 14 maart (3/14, niet 14/3 of 31/4) pi-dag is op veel Amerikaanse, maar ook op Vlaamse en Nederlandse scholen?

- 14 maart ook de geboortedag is van de geleerde natuurkundige Einstein?

- dat het ultieme pi-moment op 14 maart 1592 (3/14/1592 in de Amerikaanse schrijfwijze voor data) om 6:53:58 (6 uur, 53 minuten en 58 seconden) was, wat overeenkomt met de eerste 12 cijfers van π (3,14159265358)

- dat π in heel wat meetkundige formules (hoek, omtrek, oppervlakte, inhoud, volume) zit die te maken hebben met een cirkel, een ellips, een bol, een cilinder en een kegel?

2. (H)EUREKA, ARCHIMEDES BEREKENT ALS EERSTE PI WISKUNDIG!

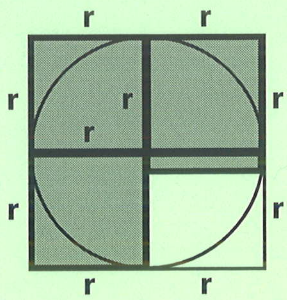


To(ut) π or not to(u)t π?
Een diameter (Grieks: diametros, 'doormeter') gaat ruim driemaal in de omtrek van een cirkel. De constante verhouding van de omtrek en de diameter, of de omtrek gedeeld door de diameter, **is het getal pi** ($\pi \approx 3,14$).

Eureka of Heureka betekent: **'ik heb het gevonden'**. Het is de Griekse uitspraak ευρηκα/ηυρηκα, de voltooid tegenwoordige tijd van ευρισκω, heuriskoo - ik vind. De uitroep is beroemd geworden, omdat volgens een anekdote, een kort grappig verhaaltje, **Archimedes** naakt door de straten van Syracuse rende. Toen zou hij '(h)eureka' hebben geroepen na het ontdekken in zijn bad van een naar hem genoemde wet. Sindsdien is '(h)eureka' een blijde uitroep als iemand een moeilijke opgave heeft opgelost. Hopelijk mag jij in dit thema dikwijls '(h)eureka' roepen.

Archimedes werd vermoord door een overijverige, impulsieve Romeinse soldaat bij de inname van Syracuse, een Griekse kolonie op het Italiaanse eiland Sicilië. Volgens een overgeleverd verhaal had Archimedes een wiskundig cirkeldiagram/taartdiagram in het zand getekend en was hij hierover aan het nadenken.
Verstrooid riep hij uit: 'Verstoor mijn cirkels niet!' (Grieks: μη μου τους κυκλους ταραττε, vaak in het Latijn weergegeven als 'Noli turbare circulos meos') 'Don't disturb my circles!' (Engels), toen de krijgsman binnenkwam en over zijn tekening liep. Hierop werd de soldaat woedend en doodde de toen bejaarde Archimedes met zijn zwaard.

Pi is ook de constante verhouding van de oppervlakte van de cirkel en het kwadraat van de straal (straal x straal). Deze wiskundige constante wordt ook wel de **constante van Archimedes** * genoemd. Waarom Archimedes die eer krijgt, verneem je verder in dit thema wel.



Hoe je inzichtelijk tot pi komt, vind je verder op de pagina's 16, 61, 64, 66.
3,14 en zelfs het kommagetal 3,14159265358979323846264338327950288… is maar een fractie, een deeltje van het merkwaardige decimale getal π dat momenteel tot 1,24 biljoen cijfers na de komma berekend is. Ruim 2 000 jaar geleden waren er nog geen computers. Pet af voor Archimedes.

* *Archimedes van Syracuse (287 - 212 v.C.) was een Oud-Griekse wiskundige, natuurkundige, ingenieur, uitvinder en sterrenkundige. Hij wordt beschouwd als een van de belangrijkste wetenschappers uit de klassieke oudheid.*

a. Zoek informatie op over het leven, de uitvindingen en de wet van Archimedes.

b. Vertaal in het Latijn en in het Engels:

	Latijn	Engels		Latijn	Engels
cirkels:	circulos	circles	mijn:	meos	my
verstoren:	turbare	to disturb	niet:	noli	don't (do not)

c. Wat blijkt uit de vorige tekst? Kruis 2 correcte antwoorden aan.

O Archimedes was een naturist, nudist, naaktloper…

⊗ Archimedes was een wetenschapper.

O Archimedes was erg op hygiëne gesteld.

⊗ De Romeinen waren oorlogsvoerders.

O Archimedes had net voor zijn dood de cirkel uitgevonden.

d. Waarom is het verhaal over de dood van Archimedes geen anekdote?

Het is wel een kort, maar geen grappig verhaal

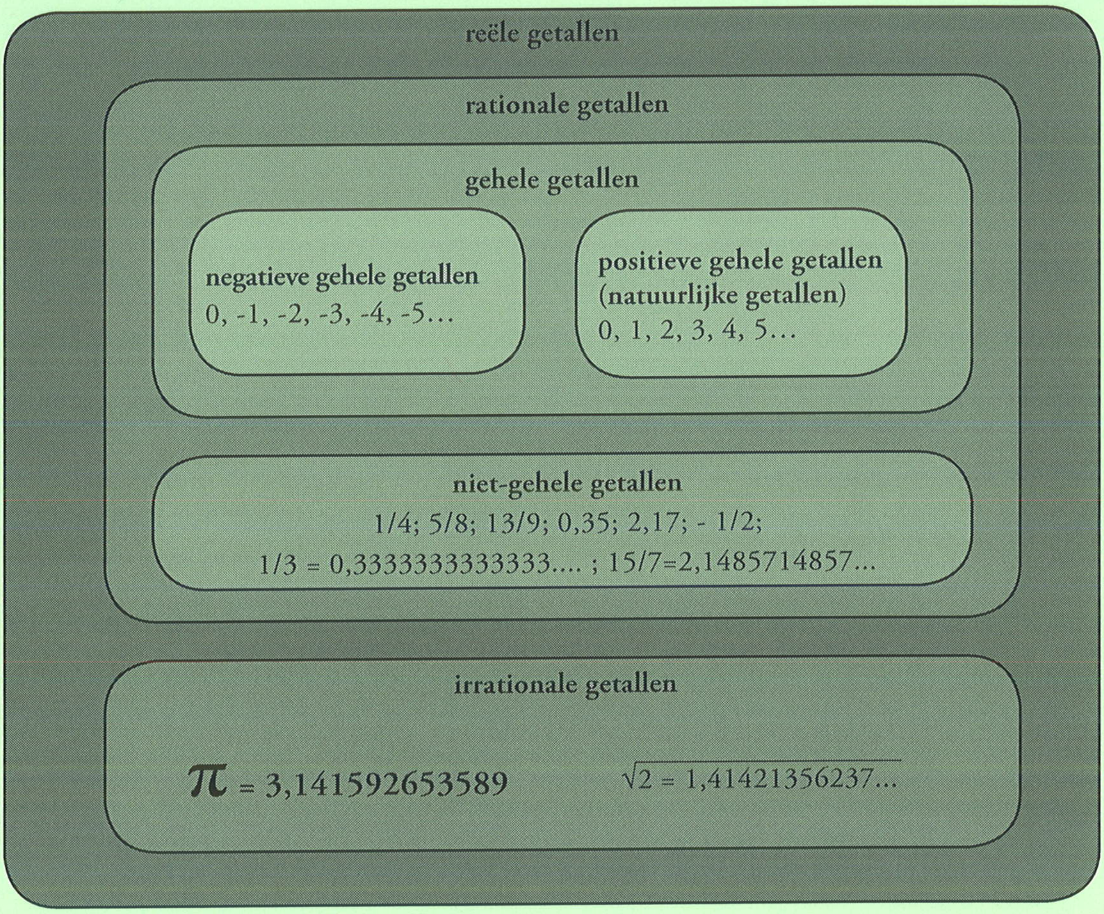
e. Waarom werd de soldaat daarna wellicht door zijn bevelhebber gedood?

De krijgsman gehoorzaamde zijn bevelhebber niet. Hij negeerde namelijk het bevel, Archimedes levend gevangen te nemen, om hem naar Rome te kunnen overbrengen

f. Zoek Italië, Rome, Sicilië, Griekenland en Egypte op in je atlas.

3. PI, EEN IRRATIONAAL, TRANSCENDENT, NORMAAL EN UNIVERSEEL GETAL.

3.1 Welke getallen zijn er?



Rationale getallen zijn
- De gehele getallen
  - **positieve** gehele of **natuurlijke getallen**, bijvoorbeeld **0, 1, 2, 3, 4 , 5...**
  - **negatieve** gehele getallen, bijvoorbeeld **0, -1, -2, -3, -4, -5...**
- alle getallen die je als breuk, een quotiënt, een verhouding van twee gehele getallen (noemer, deler, tweede getal ≠ 0) kunt schrijven.
  - dus ook de als breuk geschreven gehele getallen
    - bijvoorbeeld 1/1, 2/1, 3/1, 4/1, 5/1 .... 1:1, 2:1, 3:1, 4:1, 5:1 ...
    - bijvoorbeeld -1/1, -2/1, -3/1, -4/1, -5/1 .... -1:1, -2:1, -3:1, -4:1, -5:1 ...
  - breuken die je als een afbrekend eindig kommagetal/decimaal getal wolledig kunt schrijven
    - bijvoorbeeld 1/4 = 1 : 4 = 0,25; 5/8 = 5 : 8 = 0,625
- Repeterende oneindige kommagetallen met te voorspellen regelmatig aflopende patronen
  - bijvoorbeeld 1/3 = 0,3333...; 15/7 = 2,142857142857 ....

Irrationale getallen
- Niet repeterende oneindige komagetallen met een onregelmatige, niet te voorspellen afloop
  - bijvoorbeeld: π = 3,141592653589...; $\sqrt{2}$ = 1,41421356237
- kun je **nooit als** een **breuk schrijven** en worden soms 'gekke breuken' genoemd.
  - (Bij de berekening van π gaan we die zeker tegenkomen.)

Kies en vul in.

0 0,040404… -100 1,606695152415291763… 10 3/2 0,33333… 1/100 0,125 1/9 100 0,32 1/10 -10 2,71828182886…

natuurlijke getallen	0 10 100
positieve gehele getallen	0 10 100
negatieve gehele getallen	-100 -10 0
gehele getallen	-100 -10 0 10 100
rationale getallen	-100 -10 0 10 100 1/10 1/100 1/9 3/2 0,125 0,32 0,33333... 0,040404...
niet-gehele rationale getallen	1/10 1/100 1/9 3/2 0,125 0,32 0,33333... 0,040404...
irrationale getallen	1,606695152415291763... 2,71828182886...
reële getallen	-100 -10 0 10 100 1/10 1/100 1/9 3/2 0,125 0,32 0,33333... 0,040404... 1,606695152415291763... 2,71828182886...
tiendelige breuken	1/10 1/100
kommagetallen	0,125 0,32 0,33333... 0,040404... 1,606695152415291763... 2,71828182886...

3.2 Het getal pi

π = 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781…

Pi is een **irrationaal getal**: het is een oneindig kommagetal waarvan je niet kunt voorspellen hoe de staart eruitziet en ook nooit als een breuk kunt schrijven. Pi is dus niet te schrijven als een verhouding , een breuk tussen twee gehele getallen.
Pi is ook een **transcendent getal**. Men kan van pi geen uiterste waarden berekenen. Pi is een onmeetbaar getal. Pi is geen breuk van gehele getallen en pi is geen oplossing van een algebraïsche vergelijking.

Enkele niet bewezen maar vermoedelijke eigenschappen:
Pi is een normaal getal. Dit betekent dat als je genoeg decimalen van pi bekijkt, elk cijfer (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) evenveel keren, dus 1/10 deel van het aantal keren, voorkomt.
Pi is een universeel getal. Dit betekent dat als je een willekeurig rijtje getallen bedenkt, bijvoorbeeld je pincode of je geboortedatum, en je vervolgens lang genoeg in de decimalen van pi zoekt, je dit rijtje altijd kunt vinden.

Marthe is geboren op 1 juni 2003. De datumnotatie 01062003 komt tussen de 1,4 biljoen cijfers na de komma 3 maal voor.

3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781...

...72754937155261631633 **01062003** 98663126447058124781... *op de 66 728 564e plaats*

...45930495386480600873 **01062003** 56004207998382715333... *op de 72 446 968e plaats*

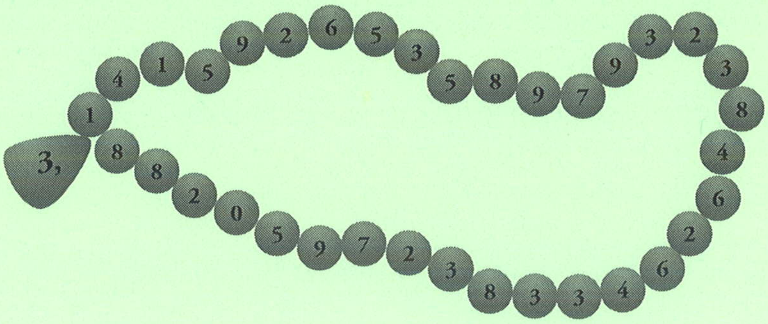
...19353900230133747821 **01062003** 84337690561898944010... *op de 188 973 433e plaats*

a. Vul de miljoentallen waarin de geboortedatum 1 juni 2003 voorkomt in:

......66...... miljoen, ...72...... miljoen en ......188...... miljoen.

b. Zoek een website op Google waarmee je je geboortedatum in pi direct kunt opzoeken.

c. Kleur in het cirkelgetal pi (π = 3,14159265358979323846264338327950288...) elke kraal met hetzelfde cijfer in dezelfde kleur (bijvoorbeeld: 1 geel, 2 groen...)

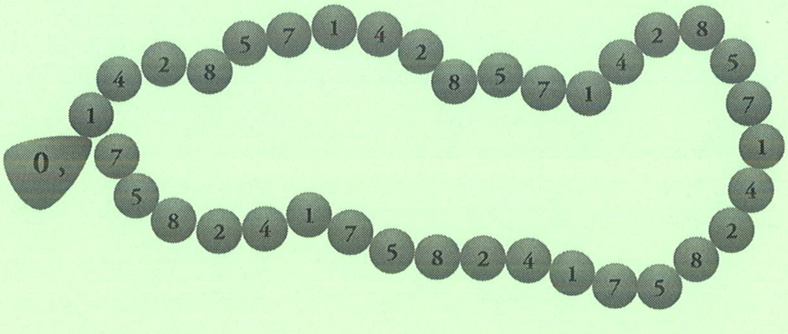


d. Is pi een repeterend of een niet-repeterend kommagetal? Waarom?

Pi is een niet-repeterend kommagetal omdat het geen patroon of regelmatige wederkerende reeks cijfers omvat.

e. Kleur in het kommagetal 0,142857142857142857..., ≈ (*) het resultaat van de breuk 1/7, elke kraal met hetzelfde cijfer in een dezelfde kleur (bijvoorbeeld 1 geel, 2 groen ...).

(*) ongeveer



f. Is 0,142857142857... (de breuk 1/7) een repeterend of niet-repeterend kommagetal? Waarom?

De breuk 1/7 kan geschreven worden als een repeterend kommagetal omdat het een patroon of regelmatige wederkerende reeks cijfers omvat, bijvoorbeeld 142857.

4. DE PIRAMIDEN VAN GIZEH EN PI

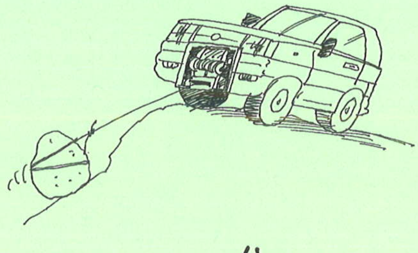
Vlakbij Caïro, de hoofdstad van Egypte, op de westelijke Nijloever, liggen de drie beroemde piramiden van Gizeh. Deze werden ongeveer 2 500 jaar voor Christus in opdracht van de farao's, Cheops, Chefren en Myckerinos gebouwd.

Een piramide is een graftombe voor een farao, een koning uit die tijd. Zij diende als laatste rustplaats voor het lichaam van de farao. De Egyptenaren geloofden dat ze naar de onderwereld gingen. Om daar verder te leven, moest het lichaam zo goed mogelijk bewaard worden. De grafgiften zorgden ervoor dat hen in het hiernamaals niets te kort kwam.

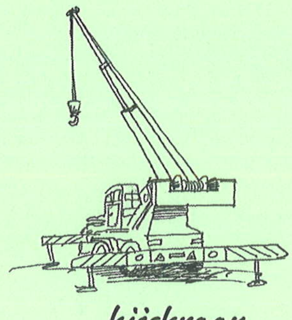
De Grote Piramide of de Piramide van Cheops is de grootste van de drie piramiden. Het is één van de zeven wereldwonderen. De 4 grondlijnen of zijden, elk ongeveer 230 meter lang, zijn precies naar het noorden, het zuiden, het westen en het oosten gericht. De omtrek van het grondvlak van deze piramide is bijna een kilometer, voldoende om er 3 voetbalvelden in te plaatsen. De piramide bestaat uit 2,5 miljoen kalkstenen blokken. Deze steenblokken van elk ongeveer 2,5 ton werden uitgehakt in de rotsen. Duizenden seizoenarbeiders, wellicht boeren, hakten, transporteerden en plaatsten per dag zo'n 330 stenen. Er bestonden toen nog geen katrol, lier en hijskraan. Rollende boomstammen en hefbomen waren werktuigen die de bouwers wel al gebruikten. De Oude Egyptenaren moeten geniale wiskundigen en architecten zijn geweest.

a. Kies uit en vul in.

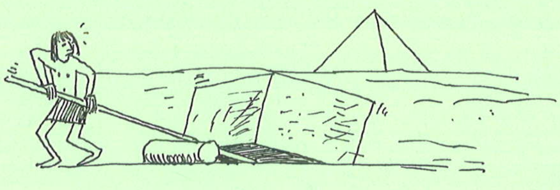
hefboom - katrol - lier - hijskraan



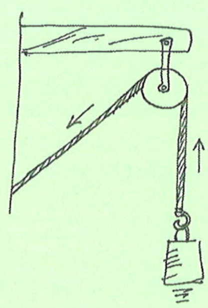
lier



hijskraan



hefboom



katrol

b. Hoeveel wegen die steenblokken samen? 6,25 miljard kg = 6,25 miljoen ton

Berekening: 2 500 000 x 2 500 kg = 6 250 000 000 kg

6 250 000 000 kg = 6,25 miljard kg

6 250 000 ton = 6,25 miljoen ton

c. De Eiffeltoren weegt 7 175 000 kg = 7 175 ton en was het eerste bouwwerk dat de piramide van Cheops in de hoogte overtrof.
Hoeveel keer zwaarder is de piramide van Cheops dan de Eiffeltoren? 871 keer

Berekening: 6 250 000 000 kg : 7 1750 000 kg ≈ 871; 6 250 000 ton : 7 175 ton ≈ 871

Hoeveel dagen waren er nodig om de 2 500 000 stenen op hun plaats te leggen? 7 576 dagen

Berekening: 2 500 000 : 330 ≈ 7 576 (7 575,757)

(Rond af tot op 1 eenheid!)

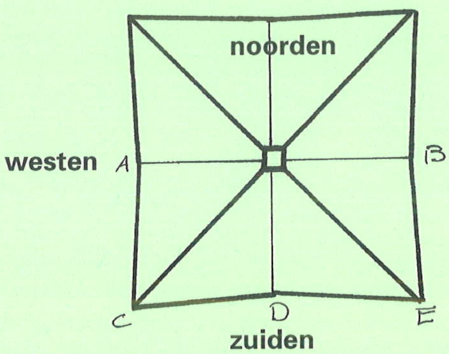
Hoeveel jaren zijn dat? (een jaar telt 360 dagen) 21 jaar

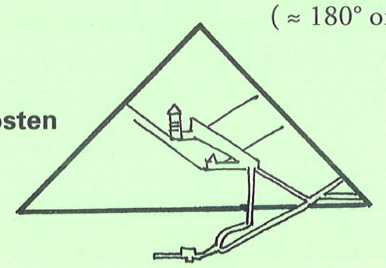
Berekening: 7 576 : 360 ≈ 21 (21,044)

25 000 arbeiders werkten in ploegverband aan de piramide. Tijdens de overstromingsmaanden werd hun aantal vermeerderd met werkloze boeren.
De binnenkant van de Grote Piramide is nog raadselachtiger met de geheime gangen en ondergrondse tunnels. Een raadsel vormen ook de afmetingen.
Het grondvlak van de piramide was ruim 230 meter bij 230 meter.

d. Hoeveel is de oppervlakte van het grondvlak? 52 900 m² = 0,0529 km² = 5 ha 29

Berekening: 230 m x 230 m = 52 900 m² = 52 900 ca = 0,0529 km² = 5 ha 29 a





hoek CDE = 179,4 graden
(≈ 180° of een gestrekte hoek)

AB = 229,1 meter
CD + DE = 230,4 meter

Bij punt D is de indeuking circa 60 cm op een afstand CD van circa 115 m.

e. Hoeveel is de oppervlakte van een voetbalveld? 7.000 m^2 = 70 a
(lengte 100 meter en breedte 70 meter)

Berekening: 100 m x 70 m = 7.000 m^2 = 70 a

f. Hoeveel voetbalvelden kunnen er in het grondvlak van de piramide? 7,5 (zeven en een half)
(Rond af tot op een half.)

Berekening: 52.900 m^2 : 7.000 m^2 ≈ 7,5 (7,557)

g. De oorspronkelijke hoogte was 146,73 meter, de omtrek van het grondvlak 921,46 meter. Dit zijn niet zomaar getallen!
Om gemakkelijk te werken, afgerond 150 meter en 1 kilometer.
Hoeveel is de omtrek gedeeld door tweemaal de hoogte? 3,14
(Rond af tot op 2 cijfers na de komma.)

2 x 146,73 m = 293,46 m; 921,56 m : 293,46 m ≈ 3,14 (3,139)

h. Bereken de onderstaande verhoudingen.

omtrek piramide / hoogte piramide	$\frac{921,46 \text{ m}}{146,73 \text{ m}}$	≈ 6,28 (6,279)	≈ 2 x 3,14
omtrek cirkel / straal cirkel	$\frac{6,28 \text{ m}}{1,00 \text{ m}}$	≈ 6,28	≈ 2 x 3,14

i. Zoek Egypte, Caïro, de Nijl en Mexico op in je atlas.

5. DE MEGALIETEN EN PI

Ook Nederland en België kennen oude bouwwerken. De hunebedden en dolmen zijn megalithische (Grieks: mega=groot, lithos=steen) steenkamers die bestaan uit rechtopstaande grote draagstenen of zuilen, waarop platte dekstenen rusten. Ze dateren uit de periode van ruim 3000 voor Christus en werden onder andere in de provincie Drenthe (Noord-Nederland, museum Assen) en in de provincie Luxemburg, aan de grens met de provincie Namen en Luik in Wéris teruggevonden. Uit onderzoek blijkt dat de mens van toen veel moeite deed om de bouwwerken te maken. Waarschijnlijk werden ze gebruikt om rituelen uit te voeren of dienden ze als grafkamer of zonnekalender.

a. Ga op het internet op zoek naar afbeeldingen en informatie over:
- de dolmen van Wéris in Wallonië
- de hunebedden van Borger in Nederland

b. Welke gelijkenissen en verschillen zijn er tussen de twee bouwwerken?

....

....

....

....

....

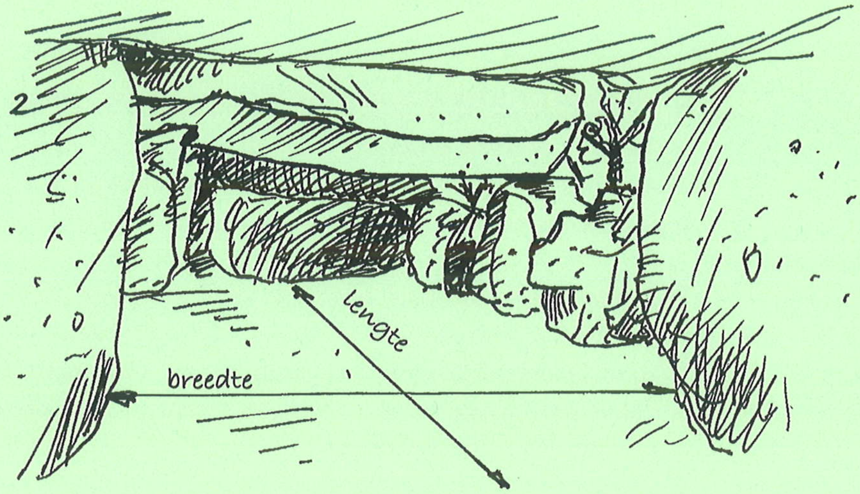
....

Uit recent onderzoek zijn merkwaardige feiten opgedoken. De verhouding tussen de lengte en de breedte van de grafruimte is vaak een geheel aantal keren pi.
In Havelte zijn twee hunebedden gevonden.
Het grootste hunebed heeft een lengte van 21,33 meter en een breedte van 6,79 meter.
Het kleinste hunebed meet 16,78 meter bij 2,67 meter.

c. Wat is de verhouding tussen de lengte en de breedte van het grootste hunebed? *(Rond af tot op 2 cijfers na de komma.)* ..3,14..

Berekening: ..21,33 m : 6,79 m ≈ 3,14 (3,141)..

breedte : 6,79 m
lengte: 21,33 m



d. Hoeveel keer is dat pi? ....1....... keer

Berekening: ...3,14 : 3,14 = 1...

e. Wat de verhouding tussen de lengte en de breedte van het kleinste hunebed? ...6,28..................
(Rond af tot op 2 cijfers na de komma.)

Berekening: .....16,78 m : 2,67 m ≈ 6,28 (6,284)..

f. Hoeveel keer is dat pi? ....2......... keer

Berekening: ..6,28 : 3,14 = 2...

Het hunebed D41 (nummer 41 van de 54 hunebedden van Drenthe) bij Emmen bevat een bijna cilindervormige zijsteen, de zogenaamde 'Vonhoff-**pi**laar'. Een horizontale doorsnede zou bijna een volmaakte cirkel opleveren waarbij de verhouding tussen de omtrek en de diameter ongeveer 3,142 is. Heel bekende megalieten zijn die van Stonehenge in Groot-Brittannië.

f. Te Loon bij Assen (in de provincie Drenthe) in Nederland ligt het hunebed D15.

Wat betekent D? ..Drenthe (Nederland)..

Wat betekent 15? nummer 15 van de 54 hunebedden van Drenthe............................

g. Zoek op in je atlas!

Drenthe - Assen - Emmen - Luxemburg - Namen - Luik - Durbuy

6. PI BENADEREN MET IN- EN OMGESCHREVEN VEELHOEKEN

Archimedes heeft als eerste een methode ontwikkeld om het getal π stap voor stap te benaderen. Hij deed dit op grond van het insluitingprincipe tussen de waarde van in- en omgeschreven regelmatige veelhoeken met steeds meer hoeken: 6, 12, 24, 48 en 96 hoeken.

Een cirkel met middellijn 1 centimeter heeft als omtrek 3,14 centimeter of één keer pi. Een cirkel met middellijn 4 centimeter heeft als omtrek 12,56 centimeter of het viervoud van pi.
Je kunt die omtrek niet exact bepalen, maar wel benaderen door het gemiddelde van de omtrek van een ingeschreven regelmatige zeshoek (6 x straal r = 3 x diameter d) en van een omgeschreven vierkant (8 x straal r = 4 x diameter d) te berekenen.

a. Wat is de diameter van een cirkel met als omtrek 3,14 cm (1 x 3,14 cm)? ......*1 cm*..................

b. Wat is de diameter van een cirkel met als omtrek 6,28 cm (2 x 3,14 cm)? ......*2 cm*..................

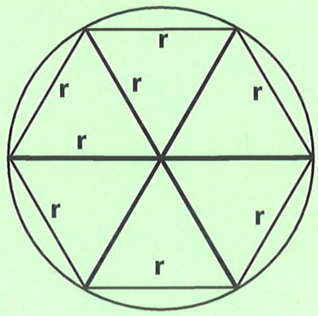
c. Wat is de diameter van een cirkel met als omtrek 9,42 cm (3 x 3,14 cm)? ......*3 cm*..................

d. Wat is de diameter van een cirkel met als omtrek 12,56 cm (4 x 3,14 cm)? ...*4 cm*..................

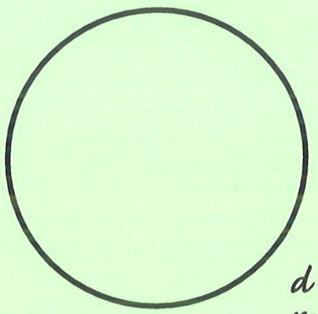
e. Kijk naar de getekende veelhoeken!

- Wat is de omtrek van de ingeschreven regelmatige zeshoek? ..*12 cm*..
- Wat is de omtrek van het omgeschreven vierkant? .....*16 cm*..
- Teken hieronder een cirkel met als omtrek 4 keer pi of 3,14 cm.

figuur 1



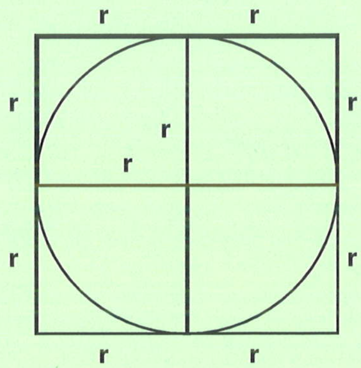
omtrek zeshoek
6 x 2 cm = **12 cm**
6 x r = 3 x 2r = 3 x d



d = 4 cm
r= 2 cm

omtrek cirkel
3,14 x 4 cm = **12,56 cm**
3,14 x 2r = 3,14 x d

figuur 2



omtrek vierkant
8 x 2 cm = **16 cm**
8 x r = 4 x 2r = 4 x d

De ingeschreven veelhoek met het grootste aantal zijden (figuur 1) heeft een omtrek die kleiner is dan de omtrek van de cirkel. Dat is de **benedengrens**. De omgeschreven veelhoek met het grootste aantal zijden (figuur 2) heeft een omtrek die groter is dan de omtrek van de cirkel. Dat is de **bovengrens**. Hoe groter het aantal zijden of hoeken, hoe dichter de benaderende beneden- en bovengrens. De omtrek van de cirkel ligt bij een regelmatige zeshoek en een vierkant tussen ondergrens 6 r (= 3 d) en bovengrens 8 r (= 4 d), dus tussen 3 keer en 4 keer de diameter. Hoe groter de regelmatige veelhoeken, bijvoorbeeld 96-hoeken, hoe nauwkeuriger de benaderende waarde. Volgens Archimedes zou de waarde van pi liggen tussen de benaderingsbreuken 223/71 en 22/7. Het gemiddelde van die twee grenzen zit dicht tegen de echte waarde.

f. Bereken met je zakrekenmachine (ZRM) erbij.

- Zoek op je ZRM de waarde van de ondergrens breuk 223/71 tot op 1 tienduizendste. ...3,1408.
  ...223 : 71 ≈ 3,1408 (3,14084)...

- Zoek op je ZRM de waarde van de bovengrens breuk 22/7 tot op 1 tienduizendste. ...3,1429...
  ...22 : 7 ≈ 3,1429 (3,14285)...

- Bereken het gemiddelde van de ondergrens en de bovengrens tot op 1 tienduizendste....3,1429...
  ...3,1408 + 3,1429 = 6,2837; 6,2837 : 2 = 3,1419...

- Wat is het verschil tussen dit gemiddelde en het getal pi (3,14159) tot op 1 tienduizendste? ...0,0003
  ...3,1419 – 3,1416 = 0,0003...

We zijn al zeer dicht genaderd!

7. HET GETAL PI DOOR DE EEUWEN HEEN

7.1 De geschiedenis van pi

Pi heeft een lange geschiedenis achter de rug. Allerlei beschavingen, wetenschappers en freaks zijn al duizenden jaren gefascineerd door het getal pi. Vertrekkend van het getal 3, evolueerde de waardebepaling tot een verfijning van steeds meer cijfers na de komma.

De oude beschavingen zoals de **Babylonische**, gebruikte als waarde voor pi (toen nog niet gekend als het symbool π) 3 + 1/8 = 25/8, dus ongeveer 3,125. Die waarde 3,125 verschilt 0,53 % van de hedendaagse bepaling.

a. Bereken dat percentage ten opzichte van de gangbare hedendaagse waarde van pi = 3,14159.

3,14159 – 3,125 = 0,1659; 0,1659 : 3,14159 x 100 ≈ 0,528 ≈ 0,53 %

In 1936 werd een 4 000 jaar oud Babylonisch kleitabel (van 2000 v.C.) ontdekt. Uit deze bron blijkt dat vertrokken werd vanuit een regelmatige zeshoek. De omtrek was meer dan drie keer de diameter en de oppervlakte was meer dan drie keer het kwadraat van de straal (straal x straal). Zie pagina 16, 61, 64, 66.

In 1885 werd het **Oud-Egyptische Rhind-papyrus** (een soort papieren rol) ontdekt, een kopie van het oudst bekende handboek rekenen, ongeveer 1650 jaar voor onze jaartelling. Het was geschreven in **hiërogliefen** door de priester Ahmes. De waarde van pi was toen 3,16049… (256/81) met een fout van ten hoogste 0,6 %.

b. Bereken dat percentage ten opzichte van de gangbare hedendaagse waarde van pi = 3,14159.

3,16049 – 3,14159 = 0,0189; 0,0189 : 3,14159 x 100 ≈ 0,601 ≈ 0,60 %

Zelf in het **Oude Testament** van de Bijbel (1 Koningen 7:23, ≈ 950 v.C.*) staat dat bij het maken van het cirkelvormige gietijzeren bad in de tempel van de Joodse koning Salomo, pi met waarde 3 werd gebruikt. Ook de koperen zuil had een omtrek van 6 meter en een doorsnede van 2 meter. Omdat het ambachtswerk in die tijd nog weinig preciesheid vergde, volstond de waarde 3.

** 1e boek, 7e hoofdstuk, 23e vers*

In de Griekse oudheid was **Archimedes** (287-212 v.C.) de eerste die het probleem van pi wiskundig aanpakte. Hij constateerde bij de cirkel eenzelfde verhouding tussen zowel de omtrek en de diameter als tussen de oppervlakte en het kwadraat van de straal (straal x straal). Archimedes werkte ook met diameter 1. Zo is de omtrek van een cirkel met diameter 1 centimeter gelijk aan 3,14 centimeter. Als je een straal van 1 cm hebt, is de oppervlakte 3,14 cm^2. Door de cirkel te vergelijken met regelmatige veelhoeken (tot een 96-hoek) berekende Archimedes de waarde van pi tussen 3 + 1/7 = 22/7 en 3 + 71/10 = 223/71, dus tussen 3,1408 en 3,1429 of een benaderend gemiddelde van 3,14186 met een fout van 0,009 %. Hoe meer hoeken de veelhoek telde, hoe dichter die de waarde van de omtrek van de cirkel en dus ook van pi benaderde.

c. Bereken dat percentage ten opzichte van de gangbare hedendaagse waarde van pi = 3,14159.

3,14186 – 3,14159 = 0,00027; 0,00027 : 3,14159 x 100 ≈ 0,00889 ≈ 0,009 %

De methode van Archimedes was verbluffend gelet op de beperkte middelen. Deze methode bleef overeind tot aan de 17e eeuw.

Omstreeks 263 n.C. benaderde de Chinese wiskundige Lui Hui pi vanuit een regelmatige 3 072-hoek. Daarna berekende Zu Chongzhi (480 n.C.) de waarde van pi vanuit de breuk 355/113. Duizend jaar later verfijnde de Nederlandse wis- en sterrenkundige Metius (1571-1635) deze berekening tot 3,14159292. Daarom wordt dat ook **het getal van Metius** genoemd.

De Indiase wiskundige Aryabhata (499 n.C.) berekende de waarde van pi tot 4 cijfers na de komma als de breuk 62 832 / 20 000, met als uitkomst 3,1416.

Omstreeks 1430 berekende de Perzische/Arabische wiskundige Al-Kashi in het **zestigtallige stelsel pi** tot 16 decimalen nauwkeurig door het verder uitbreiden en uitwerken van de 96-hoek van Archimedes. De 805 306 368-hoek was praktisch niet meer te onderscheiden van een cirkel. Deze nauwkeurigheid was noodzakelijk om de baan van de planeet Saturnus te bestuderen. De waarde van pi kwam op 3,14159265358979. Vanaf dan werd pi steeds nauwkeurig berekend.

Een van de eerste Europeanen die zich met het getal pi (π) bezig hield was de Fransman François Viète (1593 n.C.). Ook hij gebruikte de methode van Archimedes en berekende pi (π) met een regelmatige veelhoek van 393 216 zijden. Hij kwam met een waarde van pi (π) 3,1415926536.

Omstreeks 1610 berekende Ludolph van Ceulen, een Nederlandse Duitser en hoogleraar wiskunde in Leiden, pi nauwkeurig tot 35 decimalen na de komma. Hij deed dit op basis van de methode van Archimedes. In Duitstalige landen wordt de constante van Archimedes, Ludolphs constante genoemd. Vanaf dat tijdstip kwam het er alleen nog op aan om pi zo nauwkeurig mogelijk te berekenen en met zoveel mogelijk cijfers na de komma uit te breiden. De wedloop naar de pi-maan was begonnen.

In 1882 werd door de Duitse wiskundige C.L.F. von Lindemann bewezen dat pi een **transcendent** getal is: een getal dat geen uiterste waarde heeft. Men kan van pi zoveel termen berekenen als men maar wil, maar nooit zal een uiterste waarde van het getal gevonden worden. Vanaf die tijd staat vast dat pi altijd een onmeetbaar getal is en zal blijven.

Ook de Amerikanen lieten zich niet onbetuigd. Een leuk verhaal is 'De pi-wet van Indiana'. Op 15 januari 1897, werd door het huis van afgevaardigden van de Amerikaanse staat Indiana unaniem een wet aangenomen waarin de waarde van pi werd vastgelegd op 3,2 om gemakkelijker te kunnen rekenen. Toen de wet in de senaat aan de orde kwam, gaf de toevallig aanwezige professor C.A. Waldo, een wiskundige, een spoedcursus hoe pi (π) berekend moest worden. Alle aanwezigen waren het er over eens dat 3,2 geen correcte oplossing was en de wet werd niet aangenomen.

De geavanceerde supercomputers berekenen tegenwoordig pi tot miljarden cijfers en meer na de komma. In 2002 berekende het team van de Japanse professor Yasumasa Kanada van de universiteit van Tokio met een Hitachi supercomputer het getal pi tot 1,24 biljoen (ruim 1 miljoen x 1 miljoen) decimalen tijdens 400 uur rekentijd. Hoe beter de wetenschappers pi in kaart brengen, hoe raadselachtiger het getal wordt.

De zoektocht naar een steeds nauwkeurigere waarde van pi, dus naar steeds meer cijfers na de komma, is een wereldwijd gebeuren van alle tijden. Vanaf Archimedes gebruikten de wiskundigen in cirkels ingeschreven (en omgeschreven) regelmatige veelhoeken met steeds meer hoeken en zijden om de waarde van pi steeds nauwkeuriger te bepalen. Er werden steeds exactere breuken en ingewikkelde berekeningsformules afgeleid en meer decimalen gevonden om pi te bepalen.

d. Lees de tekst en vul de tabel aan.

namen perioden	tijdstip	namen personen	pi-benadering
De Babyloniërs	2000 v.C.		3,125 of 25 / 8
De Oude Egyptenaren	1650 v.C.	Ahmes	3,16049 of 256/81
De Joden – De Bijbel	≈ 950 v.C.		3 of 30/10
De Oude Grieken	287-212 v.C.	Archimedes	3,14186 223/71 < π < 22 / 7 96 -hoek
De Chinese periode	480 n.C.	Zu Chongzhi	≈ 3,14159292 of 355/113 3 072-hoek
De Indiase periode	499 n.C.	Araybhata	3,1416 of 62 832/20 000
De Arabische periode	1430	Al-Kashi	3,1415926535897932 16 decimalen 805 306 368 -hoek
De Europese periode	1593	François Viète	3,1415926536
De Nederlandse periode	1610	Ludolph van Ceulen	35 decimalen
De Amerikaanse periode	1897	C.A. Waldo	3,2 (klopt niet!!)
De Japanse periode	2002	Yasumasa Kanada	1,24 biljoen decimalen
3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628....			

7.2 Het symbool of de notatie van π

π ('pi' uitgesproken) werd in 1706 voor het eerst gebruikt door William Jones (1675-1749) in zijn boek 'Synopsis Palmariorum Methesios' (Een nieuwe inleiding tot de wiskunde) voor de wiskundige **constante verhouding tussen de omtrek van de cirkel en de diameter**. De notatie werd pas echt algemeen toen Leonhard Euler (1707-1783) het in 1736 overnam. Het symbool π komt uit het Griekse alfabet en is de zestiende kleine letter. 'π' komt van het Griekse woord 'perimetros' (π) perimeter in het Engels, hetgeen 'omtrek' betekent. Dit getal heeft oneindig veel cijfers achter de komma zodat het niet is op te schrijven. Pi is evenmin in een breuk uit te drukken. In de wiskunde heet dat een **irrationaal getal**.
Belangrijk in de ontwikkeling van het getal pi was de Duits-Nederlandse wiskundige Ludolph van Ceulen, die in 1610 de eerste 35 decimalen van het getal pi berekende. Omdat hij zo trots was liet hij die decimalen in zijn grafsteen in de Leidse Pieterskerk beitelen. In die periode was er al een verwoede zoektocht naar de kwadratuur van de cirkel. Kun je een vierkant construeren met een oppervlakte even groot als dat van een cirkel? Daarvoor moet je de waarde van pi volledig kunnen berekenen. Nu er al ruim 1,24 biljoen cijfers na de komma gekend zijn, is dit nog altijd niet mogelijk. Het is blijkbaar moeilijker dan de eerste reis naar de maan.

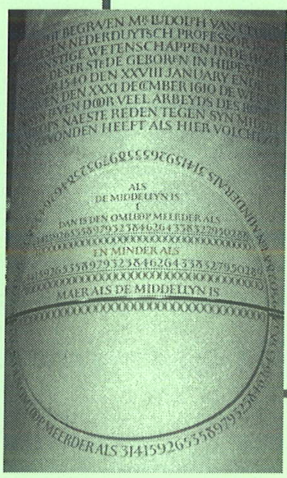
HIER LEIT BEGRAVEN MR. LUDOLPH VAN CEULEN
GEWESEN NEDERDUYTSCH PROFESSOR INDE WISCONSTIGE
WETENSCHAPPEN INDE HOGE SCHOLE DESER STEDE
GEBOREN IN HILDESHEIM INT JAER 1540 DEN XXVIII
JANUARY ENDE GESTORVEN DEN XXXI DECEMBER 1610
DE WELCKE IN SYN LEVEN DOOR VEEL ARBEYDS
DES RONDS OMLOOPS NAESTE REDEN TEGEN SYN
MIDDELLYN GEVONDEN HEEFT ALS HIER VOLCHT
ALS DE MIDDELLYN IS 1
DAN IS DEN OMLOOP MEERDER ALS

$$3\,\frac{14159265358979323846264338327950288}{100000000000000000000000000000000000}$$

EN MINDER ALS

$$3\,\frac{14159265358979323846264338327950289}{100000000000000000000000000000000000}$$

MAER ALS DE MIDDELLYN IS
100000000000000000000000000000000000
DAN IS DEN OMLOOP MEERDER ALS
314159265358979323846264338327950288
EN MINDER ALS
314159265358979323846264338327950289



grafzerk van Ludolph van Ceulen

Ludolph van Ceulen

Wat is de betekenis van de Oudnederlandse woorden en de Romeinse cijfers? Vul in.

leit ....ligt..........
omloop ....omtrek..........
wisconstige ....wiskundige..........
middellyn ....diameter..........
Hoge Schole ....hogeschool..........
XXVIII ....28..........
ronds ....cirkel..........
XXXI ....31..........

8. PI-RECORDS, EEN DECIMALENSPAGHETTI OF GETALLENBRIJ?

a. Hoeveel cijfers na de komma kunnen er ongeveer op één A4-bladzijde? ......3 000 cijfers......
Neem bijvoorbeeld 50 rijen van 60 cijfers, lettertype Arial, lettergrootte 20 pt.

3,

141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944
592307816406286208998628034825342117067982148086513282306647
093844609550582231725359408128481117450284102701938521105559
644622948954930381964428810975665933446128475648233786783165
271201909145648566923460348610454326648213393607260249141273
724587006606315588174881520920962829254091715364367892590360
011330530548820466521384146951941511609433057270365759591953
092186117381932611793105118548074462379962749567351885752724
891227938183011949129833673362440656643086021394946395224737
190702179860943702770539217176293176752384674818467669405132
000568127145263560827785771342757789609173637178721468440901
224953430146549585371050792279689258923542019956112129021960
864034418159813629774771309960518707211349999998372978049951
059731732816096318595024459455346908302642522308253344685035
261931188171010003137838752886587533208381420617177669147303
598253490428755468731159562863882353787593751957781857780532
171226806613001927876611195909216420198938095257201065485863
278865936153381827968230301952035301852968995773622599413891
249721775283479131515574857242454150695950829533116861727855
889075098381754637464939319255060400927701671139009848824012
858361603563707660104710181942955596198946767837449448255379
774726847104047534646208046684259069491293313677028989152104
752162056966024058038150193511253382430035587640247496473263
914199272604269922796782354781636009341721641219924586315030
286182974555706749838505494588586926995690927210797509302955
321165344987202755960236480665499119881834797753566369807426
542527862551818417574672890977772793800081647060016145249192
173217214772350141441973568548161361157352552133475741849468
438523323907394143334547762416862518983569485562099219222184
272550254256887671790494601653466804988627232791786085784383
827967976681454100953883786360950680064225125205117392984896
084128488626945604241965285022210661186306744278622039194945
047123713786960956364371917287467764657573962413890865832645
995813390478027590099465764078951269468398352595709825822620
522489407726719478268482601476990902640136394437455305068203
496252451749399651431429809190659250937221696461515709858387
410597885959772975498930161753928468138268683868942774155991
855925245953959431049972524680845987273644695848653836736222
626099124608051243884390451244136549762780797715691435997700
129616089441694868555848406353422072225828488648158456028506
016842739452267467678895252138522549954666727823986456596116
141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944
592307816406286208998628034825342117067982148086513282306647
093844609550582231725359408128481117450284102701938521105559
644622948954930381964428810975665933446128475648233786783165

In 2002 berekende het team van professor Yasumasa Kanada aan de universiteit van Tokio met een Hitachi supercomputer het getal pi tot 1,24 biljoen (ruim miljoen x miljoen) decimalen gedurende 400 uur rekentijd.
Op een A4-pagina (21 cm bij 29,7 cm) gaan ongeveer 50 rijen van 60 cijfers.
Als je nauwkeurig en netjes werkt, duurt dit ongeveer 1 seconde per cijfer, dus 1 minuut per rij, dus…

b. Hoe lang duurt het ongeveer om één A4-pagina vol te schrijven? 50 minuten

1 cijfer = 1 seconde; 1 rij van 60 cijfers = 60 seconden of 1 minuut;

dus 50 rijen van 60 cijfers of 50 keer 1 minuut = 50 minuten

c. Hoeveel A4-bladzijden kun je vullen met 1,24 biljoen cijfers na de komma?

1 240 000 000 000 : 3 000 = 413 333 333 A4-pagina's

d. Hoeveel eeuwen zou het duren om 1,24 biljoen cijfers op A4-papier te schrijven?

≈ 400 eeuwen (398,66) // 400 uren met de computer

413 333 333 bladzijden x 50 minuten per bladzijde = 20 666 666 650 minuten;

20 666 666 650 min. : 60 min. = 344 444 444 uren;

344 444 444 uren : 24 uren = 14 351 852 dagen, 14 351 852 dagen : 360 dagen =

39 866 jaren; 39 866 jaren : 100 jaar ≈ 399 eeuwen (398,66)

e. Hoeveel dagen rekentijd heeft de computer nodig om die cijfers te berekenen?

- ⊗ 17 dagen
- O 2 dagen
- O 16 dagen
- O 1 dag

400 u. : 24 u. ≈ 17 dagen (16,666)

f. Hoeveel boeken van 100 pagina's heb je nodig om het getal pi met 1,24 biljoen decimalen te noteren?

4 133 333 boeken = 240 000 000 000 : 3 000 = 413 333 333 A4-pagina's

413 333 333 pagina's : 100 pagina's ≈ 4 133 333 boeken (4 133 333,33)

g. Hoe hoog kun je theoretisch die boeken stapelen. Recto verso gedrukt zijn ze 0,5 cm dik.
(recto verso = dubbelzijdig, tweezijdig)

20,667 km

4 133 333 x 0,5 cm ≈ 2 066 667 cm (2 066 666,5) = 20 667 m = 20,667 km

(20,6666)

h. Hoeveel stapels van 3 m hoog kun je daarmee maken? 6 889 stapels van 3 meter

20 667 m : 3 m = 6 889

i. Hoeveel magazijnruimte heb je minstens nodig om die boekjes op rekken met stapelruimte 3 m hoogte te stapelen?

- [ ] 10 bij 10 m
- [ ] 20 bij 25 m
- [x] 20 bij 20 m
- [ ] 30 bij 30 m

oppervlakte boek: 21 cm x 29,7 cm = 623,7 cm^2 ;

oppervlakte magazijnruimte: 6 889 x 623,7 cm^2 ≈ 4 296 669 cm^2 ≈ 430 m^2

(429,6669)

9. EEN MILJOEN, EEN MILJARD, EEN BILJOEN CIJFERS NA DE KOMMA

Pi kan met de computer, in 400 uren, al berekend worden tot op 1,24 biljoen cijfers na de komma. Dat zijn veel, heel veel cijfers. Een echte papierslag: ruim 400 miljoen volle A4-bladzijden, ruim 4 miljoen boeken recto verso, een op elkaar gestapelde droomwolkenkrabber van 20 kilometer hoogte (geen luchtkastelen bouwen!), een magazijn vol met bijna 7000 stapels van 3 meter hoog, ruim 400 m² magazijnruimte.

Door combinaties van tien cijfers kun je een oneindig aantal getallen vormen. **Het decimale (**) talstelsel** is een **positiestelsel** waarbij de **waarde** van elk **cijfer** in een getal wordt bepaald door haar **plaats, rang** of **positie** in dat **getal.**
Iedere **rang naar links** is **10 maal groter** dan de rang net rechts daarvan.
Iedere **rang naar rechts** is **10 maal kleiner** dan de rang net links daarvan.
Het **hoogste cijfer** per rang is **9**.
Vanaf 10 wordt er **omgewisseld** voor **1** eenheid van de **net hogere rangorde** die je **links** van de **net lagere rangorde** schrijft.

a. Vul in.

900 + 300 = ...1 200.......

9H + 3H = ...12..........H.

H is het symbool voor honderdtal.

12H kun je splitsen in 10H en ....2............H.

Wissel 10H om in 1D.

12H = ...1..............D + ...2...........H.

(**) in decimaal zit het Latijnse voorvoegsel 'decem' dat 'tien' betekent; 'deci' in decimaal en 'decimus' betekent 'tiende'. Decimaal of tientallig slaat op het feit dat we tien verschillende cijfers gebruiken in ons talstelsel: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9.

Het decimale of tientallige talstelsel heeft als **grondtal 10**, omdat we altijd **per 10 groeperen**. Je vormt eerst groepjes van 10 eenheden, die je **omwisselt** voor een tiental. Daarna vorm je groepjes van 10 tientallen die je omwisselt voor een honderdtal, enzovoort.

Elke rang(orde) bestaat uit een **macht** van het **grondtal 10**:
$\mathbf{10^0}$ = 1 = 1**E** (= 1 **eenheid**);
$\mathbf{10^1}$ = 10 = 1 x 10 = 1**T** (= 1 **tiental**);
$\mathbf{10^2}$ = 10 x 10 = 100 = 1 x 100 = 1**H** (= 1 **honderdtal**)

$\mathbf{10^2}$ = (10 x 10) = **100**
10 is het **grondtal**, ^{2} is de **exponent** en uitkomst **100** is de tweede **macht** van 10.
10 moet je tot de tweede macht verheffen om 100 te bekomen. Dat wordt het kwadraat van 10 of tien tot de tweede genoemd.

$\mathbf{10^3}$ = 10 x 10 x 10 = 1 000 = 1 x 1 000 = 1**D** (= 1 **duizendtal**)
wordt verwoord als 10 tot de 3^e macht of tien tot de derde.
Bij **machten** wordt het **grondtal herhaaldelijk met zichzelf vermenigvuldigd**.
Je neemt **zoveel factoren als** de **exponent** van de **macht** aangeeft.

Een **ezelsbruggetje** is een geheugensteuntje om te onthouden hoeveel nullen een bepaalde macht van 10 bevat.
Schrijf evenveel nullen na het cijfer 1 als de exponent aangeeft.

$\mathbf{10^0}$ → exponent 0 → 1 (geen nul)
1 → 1 op de rang van de E
We nemen aan dat 1^0 - 2^0 - 3^0 - ... - 10^0 telkens gelijk is aan 1.
Later leer je deze stelling wel te bewijzen.

$\mathbf{10^1}$ → exponent 1 → één nul na de 1 → **10**
10 → 1 op de 1^e rang links van de E
Bij macht 1, wordt het grondtal 1 keer genomen.

$\mathbf{10^2}$ → exponent 2 → twee nullen na de 1 → **100**
10 x 10 → 1 op de 2^e rang links van de E
10 tot de 2^e (macht) → een **vermenigvuldiging** met **2 factoren**, elk **10**
of 10 wordt vermenigvuldigd met zichzelf.

$\mathbf{10^3}$ → exponent 3 → drie nullen na de 1 → **1 000**
10 x 10 x 10 → 1 op de 3^e rang links van de E
10 tot de 3^e (macht) → een **vermenigvuldiging** met **3 factoren**, elk **10**

10^4 → exponent 4 → vier nullen na de 1 → **10 000**
10 x **10** x **10** x **10** → 1 op de 4^e^ rang links van de E
10 tot de 4^e^ (macht) → een **vermenigvuldiging met 4 factoren**, elk **10**

10^5 → exponent 5 → vijf nullen na de 1 → **100 000**
10 x **10** x **10** x **10** x **10** → 1 op de 5^e^ rang links van de E
10 tot de 5^e^ (macht) → een **vermenigvuldiging** met **5 factoren**, elk **10**

10^6 → exponent 6 → zes nullen na de 1 → **1 000 000**
10 x **10** x **10** x **10** x **10** x **10** → 1 op de 6^e^ rang links van de E
10 tot de 6^e^ (macht) → een **vermenigvuldiging** met **6 factoren**, elk **10**

> In het decimale talstelsel heeft **elke** plaats, rang(orde) of **positie** in een getal de **waarde** van een **macht van 10**, als volgt uitgedrukt
> **eenheden**: $\mathbf{10^0}$=1=**1**(E)=1**E**,
> **tientallen**: $\mathbf{10^1}$=1x10=10=**10**(E)=1**T**,
> **honderdtallen**: $\mathbf{10^2}$=10x10=100=**100**(E)=1**H**,
> **duizendtallen**: $\mathbf{10^3}$=10x10x10=1000=**1000**(E)=1**D**, enzovoort.

b. Vul in de tabel de cijfers van het getal 1 583 642 907 (1 miljard vijfhonderdrieëntachtig miljoen zeshonderdtweeënveertig duizend negenhonderdenzeven) aan met nullen tot de rang(orde) van de eenheden. 7 en 900 zijn al ingevuld.

10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
	miljoentallen			duizendtallen			eenheden		
Md	HM	TM	M	HD	TD	D	H	T	E
1	5	8	3	6	4	2	9	0	7
									7
								0	0
							9	0	0
						2	0	0	0
					4	0	0	0	0
				6	0	0	0	0	0
			3	0	0	0	0	0	0
		8	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

c. Noteer de plaats- of rangwaarde van elk cijfer op twee wijzen: met symbolen en als getal.

7 → 7E = (7 x1) = 7 (E)	4 → 4TD= 40.000 (E)	8 → 8TM= 80.000.000 (E)
9 → 9H = (9 x 100) = 900 (E)	6 → 6HD= 600.000 (E)	5 → 5HM= 500.000.000 (E)
2 → 2D= 2.000 (E)	3 → 3M = 3.000.000 (E)	1 → 1Md= 1.000.000.000 (E)

d. Zet de machten om in een natuurlijk getal.

Schrijf de machten als een product ... ...en werk dan uit.

1 miljoen = 10^6 = 10x 10x 10x 10x 10x 10 = 1.000.000

1 miljard = 10^9 = (10x 10x 10x 10x 10x 10) x (10x 10x 10x) = 1.000.000.000

1 biljoen = 10^{12} = (10x 10x 10x 10x 10x 10) x (10x 10x 10x 10x 10x 10) = 1.000.000.000.000

e. Schrijf het getal 206 miljard met cijfers.

206.000.000.000

f. Schrijf het getal 1,24 biljoen met cijfers.

1.240.000.000.000

g. Bereken het verschil tussen 1,24 biljoen en 206 miljard.

1.240.000.000.000 - 206.000.000.000 = 1.034.000.000.000